Gefördert aus Mitteln des Europäischen Sozialfonds und des Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Forschung

EUROPÄISCHE UNION
Europäischer Sozialfonds

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Kompetenzfeld Mathematik

Lebenspraxis

WERKZEUGE DES BRUCHRECHNENS UND IHR ALLTÄGLICHER GEBRAUCH

NETZWERK ePSA

Impressum

Herausgegeben von
ISOP – Innovative Sozialprojekte

Für den Inhalt verantwortlich
ISOP – Innovative Sozialprojekte

Autor_in
Franz Horvath, 2017

Layout
Entwurf: typothese – M. Zinner Grafik und Raimund Schöftner
Umschlaggestaltung: Adriana Torres
Satz: Kunstlabor Graz von uniT, Zinzendorfgasse 22, 8010 Graz

Erstellt im Rahmen des ESF-Projektes Netzwerk ePSA. Gefördert aus Mitteln des Europäischen Sozialfonds und des Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Forschung.

NETZWERK ePSA

Gefördert aus Mitteln des Europäischen Sozialfonds und des Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Forschung

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

EUROPÄISCHE UNION
Europäischer Sozialfonds

Inhalt

1. Inhalt und Ziele des Moduls

Grundgedanken und Kernidee:
Das Teilen und Rechnen mit Teilen von Ganzen ist ein anspruchsvolles mathematisches Handeln. Kenntnisse im Erfassen und Darstellen von Bruchzahlen, im Größenvergleich und in ihrer Formänderung erleichtern das Rechnen mit Brüchen. Brüche begegnen uns im Alltag beim Teilen des Essens, beim Umgang mit Geld, beim Verteilen von Gewinn und Verlust, in den sogenannten Schlussrechnungen als Proportionalität, beim Bilden von Durchschnittswerten, bei geometrischen Teilungen, etwa dem Ablesen der Uhrzeit auf einer analogen Uhr, beim Ableiten neuer Einheiten, etwa der Steigung einer Straße, der Billigkeit von Produkten für Vergleiche, beim Mischen von Flüssigkeiten oder metallischen Legierungen. Beim Einkaufen treffen wir auf eine weitere Form der Bruchrechnung, auf die Prozentrechnung: bei der Mehrwertsteuer auf jedem Rechnungsbeleg, den kaum mehr überschaubaren Rabatten und Verbilligungen, auf Gutscheinen und Angeboten. Unser demokratisches Leben weist Macht durch Bruchrechnungen zu, wenn die Stimmen ins Verhältnis zu den Sitzen im Parlament gesetzt werden. Selbst das Messen braucht Brüche, wenn wir anstatt in Meter lieber in Zentimeter = Hundertstelmeter und Millimeter = Tausendstelmeter messen.
Auch für das Verstehen von Zahlen, etwa „Kommazahlen“, ist das Verstehen von Brüchen als Dezimalbrüche hilfreich und kann zu einer wichtigen Erkenntnis über unser Stellenwertsystem führen. Geradezu unumgänglich sind Brüche, wenn wir genau mit periodischen Zahlen rechnen wollen. Bruchrechnen bedeutet auch, mit erworbenen Erfahrungen im Arbeiten mit natürlichen ganzen Zahlen zu brechen. So hat jeder Bruch unendlich viele Nachfolger und Vorgänger, ergeben Multiplikationen von Brüchen nicht immer größere Zahlen und die Division muss nicht zu „kleineren“ Ergebnissen führen. Darüber nachzudenken, damit zu experimentieren kann die Fähigkeiten zur Modellbildung und Abstraktion fördern. Nach dem Gesagten mutet es fast an, dass ein Leben ohne Brüche nicht möglich wäre. Selbst im übertragenen Sinn trifft dies zu. Wenn nur das Bruchrechnen über das Erwerben der wenigen Verfahrensregeln – 7 an der Zahl – hinaus nicht so schwer zugänglich wäre!

Ziele des Moduls:

- Brüche als Ergebnis des Teilens eines vorher bestimmten Ganzen darstellen und erfassen
- Brüche als doppelte Handlungsanweisung darstellen und erfassen
- Brüche als Verhältnisse zweier Größen zueinander darstellen und erfassen
- Brüche in ihrer Größe vergleichen und damit eine Ordnung unter Bruchzahlen herstellen
- Brüche in ihrer Form verändern, ohne ihren Wert zu verändern
- Beobachtungen bei der Manipulation von Brüchen formulieren und daraus Verallgemeinerungen ableiten
- Mit Brüchen in den Grundrechnungsarten rechnen und zu allgemeingültigen Rechenregeln abstrahieren
- Anwendungen für Bruchrechnungen im Arbeitsleben und Alltag finden und damit lösungsorientiert arbeiten
- über den philosophischen, politischen und gemeinschaftlichen Hintergrund des Teilens reflektieren, den fachlichen Wortschatz zum Bruchrechnen erweitern und Begriffe und Wendungen, die einen Hinweis auf Bruchrechnungen enthalten, erkennen

2. Deskriptoren

1. Aufgabenstellung sinnvoll erfassen und analysierenkönnen
2. Sich Zahlenbereiche sinntragend vorstellen können (Rationale Zahlen, Dezimalsystem)
4. Figuren in der Ebene und Körper im Raum benennen und skizzieren
6. Mit Zahlen lösungsorientiert operieren
7. Mit Maßen lösungsorientiert operieren
11. Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren und interpretieren
15. Alltägliche Situationen und gesellschaftspolitische Vorgänge mit Hilfe der Mathematik beurteilen

3. Aufbau des Themas Bruchrechnungen

Das Thema ist in Arbeitsaufträge gegliedert, deren Intention als Anregung vorangestellt ist. Danach folgen die dazugehörenden Handouts. Hier eine Übersicht über die Arbeitsaufträge:

1. Von Pizza, dem Teilen und Trinkgeld (Wiederholen der Grundbegriffe, Wortschatzübung zum Bruchrechnen)

2. Was sind Brüche oder Bruchzahlen? (Zusammenhang Teilen – Division – Bruchrechnen, Zeichensetzungen)

3. Vom gerechten, mathematischen Teilen (Bildliche Darstellung des Teilens, Rechenzeichen)

4. Brüche bedeuten zwei Rechenschritte: Teilen und Teile mehrmals nehmen (analoge Uhr: Zeitangaben als Teilungen, Benennung von Brüchen)

5. Die Namen von Brüchen (Teilen und Bruchnamen mit Hilfe einer analogen Uhr, Stellenwertsystem und Dezimalbrüche, Längenmaße als Brüche)

6 und 7: Vom Teilen und Zählen der Teile (Systematische Veränderungen von Zähler oder Nenner oder beiden)

8 und 9: Tanken – Brüche als Proportionen zweier Größen (Direkte Proportionalität am Beispiel Spritpreise und Kartenmaßstäbe)

10. Rechnen mit Brüchen – Addieren von Brüchen

11. Rechnen mit Brüchen – Multiplikation von Brüchen mit ganzen Zahlen

12. Rechnen mit Brüchen – Addieren ungleich großer Teile (Addieren ungleichnamiger Brüche)

13. Rechnen mit Brüchen – Multiplizieren von Brüchen (Erweitern und das Multiplizieren mit anderen Brüchen durch Berechnung einer Rechteckfläche)

14. Rechnen mit Brüchen – Dividieren durch ganze Zahlen (mit Kürzen, wertgleiche Brüche)

15. Rechnen mit Brüchen – Dividieren durch einen Bruch (zwei Strategien: Teilen analog zum Multiplizieren und Multiplizieren mit Kehrwertbildung)

16. Rechnen mit Brüchen – Umrechnen gemischter Zahlen

17. Rechnen mit Brüchen – Prozentrechnung & USt, MwSt. (Prozentwertberechnung – Rabatt, Preisnachlass, Steuersätze)

18. Rechnen mit Brüchen – Prozentrechnung und Wahlen (Prozentsatzberechnung)

4. Arbeitsaufträge

Arbeitsauftrag 1:
Wiederholen der Grundbegriffe, Wortschatzübung zum Bruchrechnen

Setting: Einzelarbeit (EA), Teamarbeit (TA), Plenum (PL)
Methode(n): Erarbeiten eines Textes als Wortschatzübung. Anregen des Formulierens von mathematischen Aufgabenstellungen aus einem Text.
Dauer: 25 Minuten
Materialien: Handout 1 – Text auf B1-Niveau mit einzelnen erläuterten Wörtern und Fachsprache, Flipchart zum Sammeln von Beobachtungen und Fragen

Ablauf:
EA beim Lesen, Wortschatz bilden und dem Formulieren von Rechnungen, dann
TA beim Vergleichen und Hinterfragen, dann
PL bei der Reflexion. Gemeinsame Ergebnisse und Erkenntnisse sowie Wortschatzliste festhalten, dann
EA beim Niederschreiben der persönlichen Lernfortschritte.

Inhalt: Erfassen und Darstellen von Bruchzahlen als Teilen eines vorher bestimmten Ganzen. Geschichte mit Fragestellungen. Erarbeiten eines Textes als Wortschatzübung. Anregen des Formulierens von mathematischen Aufgabenstellungen aus einem Text. Erkunden der Rechnungen mit einem Partner bzw. Partnerin und Reflexion im Plenum.

Der Ertrag sollte

- eine Wortliste sein, die uns das Sprechen über Bruchrechnen erleichtert,
- eine grundlegende Vorstellung von Brüchen als Teilungen von einem vorher bestimmten Ganzen sein (<u>ganze</u> Pizza wird auf eine Anzahl von Personen <u>aufgeteilt</u>),
- ein Erkennen von Zusammenhängen sein: je mehr Teile, desto kleiner die Teile; je weniger Teile, desto größer die Teile. Je größer das Ganze, desto größer die Teile. Je weniger das Ganze, desto kleiner der Anteil und umgekehrt etc.,
- Missverständnisse ausräumen.

Achten Sie bitte darauf, dass keine unverstandenen Wörter und Fachwörter übrigbleiben. Die Begriffe „Ganzes“ (Was kann ein „Ganzes“ sein?) und „teilen“ sollten gesichert verstanden werden.

Arbeitsauftrag 2:
Zusammenhang Teilen – Division – Bruchrechnen, Zeichensetzungen

Setting: EA, PL
Methode(n): Erarbeiten eines Textes als Wortschatzübung. Anregen des Formulierens von mathematischen Aufgabenstellungen aus einem Text.
Dauer: 25 Minuten
Materialien: Handout 2 – Text auf B1-Niveau mit einzelnen erläuterten Wörtern und Fachsprache, Flipchart zum Sammeln von Beobachtungen und Fragen

Ablauf:
EA beim Lesen, Wortschatz und dem Formulieren von Rechnungen, dann
TA beim Vergleichen und Hinterfragen, dann
PL bei der Reflexion. Gemeinsame Ergebnisse und Erkenntnisse sowie Wortschatzliste festhalten, dann
EA beim Niederschreiben der persönlichen Lernfortschritte.

Inhalt: Erfassen und Darstellen von Bruchzahlen als Teilen in Form einer Division. Einführen der rationalen Zahlen als Erweiterung der natürlichen Zahlen. Erweitern des Wortschatzes um Wörter für das Teilen. Wir beachten: Was wird geteilt? In viele Teile wird es geteilt? Erarbeiten eines Textes als Wortschatzübung. Anregen des Formulierens von mathematischen Aufgabenstellungen aus einem Text. Erkunden der Rechnungen mit einem Partner bzw. Partnerin und Reflexion im Plenum.

Der Ertrag sollte

- eine Wortliste sein, die uns das Sprechen über Bruchrechnen erleichtert,
- eine grundlegende Vorstellung sein, dass Brüche auch Divisionen sind,
- die Vorstellung sein, dass die natürlichen Zahlen nicht ausreichen, um die Ergebnisse vieler Divisionen zu beschreiben,
- vielleicht bereits bestehende Missverständnisse ausräumen.

Achten Sie darauf, dass keine unverstandenen Wörter und Fachwörter übrigbleiben. Was wird geteilt? In wie viele Teile wird geteilt? Das sollte gesichert verstanden werden.

Arbeitsauftrag 3:
Bildliche Darstellung des Teilens, Rechenzeichen

Setting: EA, TA, PL

Methode(n): Erarbeiten eines Textes als Wortschatzübung. Anregen des Formulierens von mathematischen Aufgabenstellungen aus einem Text. Erkunden der Rechnungen mit einem Partner bzw. Partnerin und Reflexion im Plenum.

Dauer: 25 Minuten

Materialien: Handout 3 – Text auf B1-Niveau mit einzelnen erläuterten Wörtern und Fachsprache, Flipchart zum Sammeln von Beobachtungen und Fragen

Ablauf:
EA beim Lesen, Wortschatz und dem Formulieren von Rechnungen, dann
TA beim Vergleichen und Hinterfragen, dann
PL bei der Reflexion. Gemeinsame Ergebnisse und Erkenntnisse sowie Wortschatzliste festhalten, dann
EA beim Niederschreiben der persönlichen Lernfortschritte.

Inhalt: Erfassen und Darstellen des Teilens und der bildlichen Ableitung von Bruchzahlen.
Kennenlernen von Rechenzeichen. Wir beachten: Was wird geteilt? In wie viele Teile wird es geteilt?

Der Ertrag sollte

- eine Wortliste sein, die uns das Sprechen über Bruchrechnen erleichtert,
- eine bildliche und mengenorientierte Vorstellung von Brüchen sein,
- zur Kenntnis von Rechenzeichen des Teilens und Dividierens führen,
- im besten Fall eine Reflexion über das Teilen in einer Gemeinschaft anstoßen,
- möglicherweise bereits bestehende Missverständnisse ausräumen.

Achten Sie darauf, dass keine unverstandenen Wörter und Fachwörter übrigbleiben. Von Vorteil ist es, wenn das Mitrechnen der Einheiten konsequent verfolgt wird. Dies bereitet auf die Algebra vor oder vertieft diese als sinnvolle Anwendung von Zeichen in der Mathematik.

Arbeitsauftrag 4 und 5:
Zeitangaben als Teilungen, Benennen von Brüchen, Dezimalbrüche, Längenmaße als Brüche

Setting: EA, TA, PL
Methode(n): Textliche und grafische Zuordnung. Anregen des Formulierens von mathematischen Bruchgrößen. Erkunden der Brüche und ihrer Namen mit einem Partner bzw. Partnerin und Reflexion im Plenum.
Dauer: 50 Minuten
Materialien: Handout 4 und 5 – Text auf B1-Niveau mit Fachsprache, Flipchart zum Sammeln von Beobachtungen und Fragen

Ablauf:
EA beim Zuordnen, Formulieren der Bruchnamen und Zeichnen, dann
TA beim Vergleichen und Hinterfragen, dann
PL bei der Reflexion. Gemeinsame Ergebnisse und Erkenntnisse sowie Wortschatzliste festhalten, dann
EA beim Niederschreiben der persönlichen Lernfortschritte.

Inhalt: Bruchrechnen als doppelte Rechenhandlung erkennen: Teilen und Malnehmen der Teile. Erfassen und Darstellen von Bruchzahlen in Form von Uhrzeiten. Benennen von Bruchteilen. Darstellen von Bruchteilen auf einem Ziffernblatt. Kennenlernen von Dezimalbrüchen auch am Praxisbeispiel Metermaß. Wir beachten wieder: Was ist das Ganze? Was ist der Teil? Wie viele Teile habe ich?

Der Ertrag sollte

- die korrekte Namengebung von Brüchen samt Erkennen des Zusammenhangs von Name und Teilung sein,
- das Verstehen einer analogen Uhr und das Arbeiten mit den 60er Teilungen sein,
- das schnelle Nutzen der Uhr zum Darstellen eines Bruches ermöglichen,
- den Zusammenhang der verschiedenen Einheiten beim Längenmaß erkennen lassen,
- das Erkennen der Stellenwerte rechts des Kommas bei Dezimalbrüchen als Bruchteile fördern.

Achten Sie darauf, dass keine unverstandenen Wörter und Fachwörter übrigbleiben. Beobachten Sie das Verständnis der Stellenwerte von Dezimalbrüchen. Fragen Sie rück (Welcher Gedanke war da in Ihrem Kopf? Was bedeutet das, wenn es stimmt/falsch ist?), falls Sie unsicher über das Verstehen bei den Teilnehmenden sind. Die Fragen des Trainers bzw. der Trainerin sollen weniger richtig oder falsch bewerten, sondern zum eigenen Hinterfragen anregen.

Arbeitsauftrag 6 und 7:
Systematische Veränderungen von Zähler oder Nenner oder beiden

Setting: EA, TA, PL

Methode(n): Gedankliche, textliche und grafische Manipulationen sowie Beobachten der Auswirkungen der eigenen Handlungen. Anregen des Formulierens von mathematischen Zusammenhängen. Erkunden der Brüche und ihrer Namen mit einem Partner bzw. Partnerin und Reflexion im Plenum.

Dauer: 50 Minuten

Materialien: Handout 6und 7– Text auf B1-Niveau mit Fachsprache, Flipchart zum Sammeln von Beobachtungen und Fragen

Ablauf:

EA beim Beobachten der Konsequenzen von Manipulationen von Bruchzahlen, dann
TA beim Vergleichen und Hinterfragen, dann
PL bei der Reflexion. Gemeinsame Ergebnisse und Erkenntnisse sowie Wortschatzliste festhalten, dann
EA beim Niederschreiben der persönlichen Lernfortschritte.

Inhalt:
Bruchrechnen als doppelte Rechenhandlung erkennen: Teilen und Malnehmen der Teile. Beobachtungen bei Veränderungen von Zähler und Nenner. Größenvergleiche und Ordnen von Brüchen. Geometrischer Größenvergleich am Streifenmuster.

Der Ertrag sollte

- das Erfassen eines Bruchwerts als Zusammenspiel von Zähler und Nenner sein,
- das Nutzen des Werkzeugs „Streifenmuster“ zur Bestimmung von Bruchgrößen sein,
- das Entwickeln der Vorstellung von Bruchgrößen und ihrer Ordnung sein und
- das Entdecken der wertgleichen Formänderung durch „Erweitern“ sein.

Achten Sie darauf, dass keine unverstandenen Wörter und Fachwörter übrigbleiben. Beobachten Sie das Entdecken der Manipulation von Brüchen und das Abschätzen der Auswirkungen. Regen Sie die weitere Beschäftigung an und auch den Mut, eine Prognose des Ergebnisses zu formulieren: Was können Sie da alles mit Brüchen machen, was geht nicht?

Arbeitsauftrag 8 und 9:
Brüche als Proportionen zweier Größen (Direkte Proportionalität am Beispiel Spritpreise und Kartenmaßstäbe)

Setting: EA, TA, PL

Methode(n): Gedankliche, rechnerische und grafische Manipulationen sowie Beobachten der Auswirkungen der eigenen Handlungen. Anregen des Formulierens von mathematischen Zusammenhängen. Erkunden der Brüche und ihrer Namen mit einem Partner bzw. Partnerin und Reflexion im Plenum.

Dauer: 50 Minuten

Materialien: Handout 8 und 9– Text auf B1-Niveau mit Fachsprache, Flipchart zum Sammeln von Beobachtungen und Fragen

Ablauf:

EA im Manipulieren und Beobachten der Konsequenzen dieser Manipulationen, Größenzuordnungen, dann
TA beim Vergleichen und Hinterfragen, dann
PL bei der Reflexion. Gemeinsame Ergebnisse und Erkenntnisse sowie Wortschatzliste festhalten, dann
EA beim Niederschreiben der persönlichen Lernfortschritte.

Inhalt: Brüche als Verhältnisse zweier Größen zueinander erkennen. Proportionalen Zuordnungen begegnen wir im Alltag sehr häufig. Es sind die direkten Schlussrechnungen aller Art. Sie können so gut erfasst werden. Durch Verhältnisrechnungen entstehen auch neue Einheiten, die uns neue Informationen bieten. Hier arbeiten wir mit der Billigkeit einer Ware (Preis/Liter) und dem Maßstab auf einer Landkarte (Entfernung auf der Karte/Entfernung in der Wirklichkeit). Weitere Zuordnungen und neue Einheiten können von den Teilnehmenden entdeckt bzw. eingeführt werden: Geschwindigkeit (Weg/Zeit), Grad der Süße (Wasser/Saft – Mischungen und Verdünnungen), Schlankheit eines Gebäudes (Höhe/Breite), Stundenlohn (Lohn/Stunde), Zinssatz (Zinsen/Kapital) u.v.m.

Der Ertrag sollte

- das Deuten von Brüchen als Proportionen zweier Größen sein,
- das Erkennen des Informationsgewinns aus proportionalen Verhältnissen sein,
- das Berechnen der direkten proportionalen Veränderung von zugeordneten Größen sein,
- das Entdecken grafischer Darstellungen für direkte proportionale Verhältnisse sein.

Achten Sie darauf, dass keine unverstandenen Wörter und Fachwörter übrigbleiben. Achten Sie auf die Entwicklung eines Verständnisses für die Zuordnung zweier Größen und was bei der Manipulation direkter Verhältnisse entdeckt werden kann. Regen Sie die weitere Beschäftigung mit dem Abschätzen der Auswirkungen von Veränderungen an.

Arbeitsauftrag 10 bis 16:
Rechnen mit Brüchen

Setting: EA, TA, PL

Methode(n): Gedankliches, rechnerisches und grafisches Lösen von Bruchrechenaufgaben. Anregen des Formulierens von mathematischen Zusammenhängen. Erläutern der Zusammenhänge und Reflexion des Rechnens mit Brüchen im Plenum.

Dauer: 25 Minuten je Handout

Materialien: Handout 10 bis 16 – Text auf B1-Niveau mit Fachsprache, Flipchart zum Sammeln von Beobachtungen und Fragen

Ablauf:
EA zum Erarbeiten der Bruchrechenregeln, dann
TA beim Vergleichen und Hinterfragen, dann
PL bei der Reflexion. Gemeinsame Ergebnisse und Erkenntnisse sowie Wortschatzliste festhalten, dann,
EA beim Niederschreiben der persönlichen Lernfortschritte.

Inhalt: Wir rechnen mit Brüchen. Die Brüche werden mit den vier Grundrechnungsarten verknüpft. Dafür versuchen wir einprägsame Bilder zu finden. Die einzelnen Verfahren werden nach dem Verstehen geübt.

Der Ertrag sollte

- das Beherrschen der Grundrechnungsarten mit Brüchen sein.

Achten Sie darauf, dass keine unverstandenen Wörter und Fachwörter übrigbleiben. Achten Sie auf das Entwickeln eines Verständnisses im Umgang mit Bruchteilen sowie auf das Verständnis für die verschiedenen Operationen.

Arbeitsauftrag 17 und 18:
Prozentrechnung Mehrwertsteuer (Prozentwertberechnung) und Wahlen (Prozentsatzberechnung)

Setting: EA, TA, PL
Methode(n): Gedankliches, rechnerisches und grafisches Lösen von Bruchrechenaufgaben in Form von Prozentrechnungen aus dem Alltag (Verkaufsangebote, Steuern, Wahlen). Anregen des Formulierens von mathematischen Zusammenhängen. Erläutern der Zusammenhänge und Reflexion im Plenum.
Dauer: 25 Minuten je Handout
Materialien: Handout 17 und 18 – Text auf B1-Niveau mit Fachsprache mit Worterklärungen, Flipchart zum Sammeln von Beobachtungen und Fragen

Ablauf:
EA zum Erarbeiten des Prozentbegriffs, dann
TA beim Vergleichen und Hinterfragen des Steuerthemas, dann
PL bei der Reflexion. Gemeinsame Ergebnisse und Erkenntnisse sowie Wortschatzliste festhalten.
EA beim Niederschreiben der persönlichen Lernfortschritte.

Inhalt: Wir rechnen mit Prozenten. Prozente werden als Brüche, gleiche Teile eines Ganzen, vorgestellt. Wie komme ich über das Wissen eines gegebenen Ganzen und eines Prozentsatzes zu dem Prozentanteil.

Der Ertrag sollte

- den Prozentbegriff verstehen,
- einen Prozentanteil von einem Ganzen mit Hilfe des Prozentsatzes berechnen,
- den Begriff „Mehrwertsteuer“ verstehen und am Kassabon entdecken und reflektieren können,
- gängige Prozentsätze als äquivalent zu alltäglichen Brüche erkennen und wechselweise zuordnen können,
- Prozentsätze aus dem Verhältnis von Anteilen zum Ganzen errechnen und
- über die Vergabe von Nationalratsmandaten Bescheid wissen.

Achten Sie darauf, dass keine unverstandenen Wörter und Fachwörter übrigbleiben. Achten Sie auf das Entwickeln eines Verständnisses für den Umgang mit Prozenten.

Anmerkung: Vielleicht vermissen Sie die dritte Möglichkeit der Fragestellung beim Prozentrechnen, nämlich das Errechnen des Grundwertes durch die Division von Prozentanteil durch Prozentsatz. Ich habe sie weggelassen, weil mir die Beispiele dafür sehr konstruiert erscheinen und das Herleiten sehr abstrakt ist. (Teil/gleichen Teil in Prozent = Ganzes). Sollten Sie Alltagsbeispiele kennen, bitte ich um Rückmeldung.

5. Literatur

Heinrich Winter (1999), Mehr Sinnstiftung, mehr Einsicht, mehr Leistungsfähigkeit im Mathematikunterricht, dargestellt am Beispiel der Bruchrechnung, Manuskript, RWTH Aachen.
(*http://blk.mat.uni-bayreuth.de/material/db/37/bruchrechnung.pdf*) (abgerufen am 9.3.2016)
– Diese Arbeit erwies sich als ungeheuer anregend und ist bei weitem noch nicht ausgeschöpft!

A. Filler (2012), Zusammenfassende Notizen zu der Vorlesung Didaktik der Algebra und Zahlentheorie, Kapitel 2: Elemente der Didaktik der Bruchrechnung, (S. 5-12), Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik. (*didaktik.mathematik.hu-berlin.de/files/did_alg_zt_skript.pdf*) (abgerufen am 23.05.2016)
– Sehr anregende grafische Umsetzungen, etwa beim Multiplizieren von Brüchen.

ARD alpha – Grundkurs Mathematik (6), Was sind Proportionen. (*http://www.br.de/fernsehen/ard-alpha/sendungen/grundkurs-mathematik/grundkurs-mathematik-mathematik-proportionalitaeten102.html*) (abgerufen am 17.5.2016)

6. Handouts

Handout 1 – Bruchrechnen – Wortschatzübung und Grundbegriffe des Teilens

Handout 2 – Bruchrechnen – Zahlen und Zeichen für das Teilen

Handout 3 – Bruchrechnen – Teilungsrechnungen

Handout 4 – Bruchrechnen – Die Uhrzeit und die Namen der Brüche

Handout 5 – Bruchrechnen – Bruchnamen mit der Uhr bestimmen, „Kommazahlen“

Handout 6 + 7 – Bruchrechnen – Wir verändern Zähler und Nenner

Handout 8 – Bruchrechnen – direkte Proportion oder direkte Schlussrechnung

Handout 9 – Bruchrechnen - Proportionen gleicher Größe, Landkartenmaßstab

Handout 10 – Bruchrechnen - Addieren gleichnamiger Brüche

Handout 11 – Bruchrechnen - Multiplizieren von Brüchen mit ganzen Zahlen

Handout 12 – Bruchrechnen - Addieren ungleichnamiger Brüche

Handout 13 – Bruchrechnen - Multiplizieren von zwei Brüchen

Handout 14 – Bruchrechnen - Dividieren von Brüchen durch ganze Zahlen

Handout 15 – Bruchrechnen - Dividieren von Brüchen durch Brüche

Handout 16 – Bruchrechnen – Umrechnen gemischter Zahlen

Handout 17 – Bruchrechnen - Prozentrechnung, Umsatzsteuer, Mehrwertsteuer

Handout 18 – Bruchrechnen - Bruchrechnen und Wahlen

Handout 1 – GRUNDBEGRIFFE DES TEILENS

Von Pizza, dem Teilen und Trinkgeld geben

Marzia und Anton gehen Pizza essen und unterhalten sich. „Heute haben wir mit Bruchrechnungen begonnen", erzählt Marzia. „Sind das nicht diese komischen Zahlen mit dem Bruchstrich? Steht da nicht eine Zahl oben und eine zweite Zahl unten?", fragt Anton. „Genau, und der Bruchstrich bedeutet einfach geteilt durch. Also wir bestellen eine ganze Pizza und teilen sie gerecht auf. Ich bekomme eine Hälfte und du bekommst eine Hälfte. Da nimm!", sagt Marzia. Beide finden ihre Pizzahälfte lecker. So lecker, dass sie sich noch eine Pizza bestellen und gerecht aufteilen. Anton hat bald zwei Pizzahälften gegessen. „Da hätte ich ja gleich eine ganze Pizza essen können", meint Anton. Marzia sagt: „Ja, aber mir bleibt noch die Hälfte von meiner zweiten Hälfte übrig. Die schaffe ich nicht mehr. Jetzt habe ich drei Viertel einer ganzen Pizza gegessen." Ja genau, von den zwei Pizzas, die wir bestellt haben, habe ich eine Pizza und du drei Viertel einer Pizza gegessen. Ein Viertel einer ganzen Pizza ist übrig geblieben, die nehmen wir mit nach Hause", sagt Anton. Marzia ruft: „Die Rechnung, bitte." Sie bezahlt für sich und Anton € 13,-- und gibt 10% Trinkgeld.

Ihre Aufgaben:

(1) Lesen Sie die Geschichte und versuchen Sie alle Wörter zu verstehen!
Welche Wörter kennen Sie noch nicht? ______________________________
Was bedeuten diese Wörter? Schreiben Sie diese Wörter und Ihre Erklärung auf eine Wortliste.

(2) Schreiben Sie die Bruchrechnungen auf, die im Text vorkommen.

(3) Finden Sie noch drei andere Dinge, die Sie teilen können. Zeichnen Sie, teilen Sie und schreiben Sie dazu die Brüche. Versuchen Sie die Teile kleiner zu machen oder mit mehr Menschen zu teilen.

(4) Was müssen Sie wissen, wenn Sie etwas gleichmäßig aufteilen möchten?

(5) Schauen Sie sich mit Ihrem Sitznachbarn oder Ihrer Sitznachbarin an, welche Teilungsrechnungen Sie beide gefunden haben. Was fällt Ihnen dabei auf? Wann ist ein Teil größer? Was geschieht, wenn Sie mit mehr Menschen teilen? Schreiben Sie Ihre gemeinsamen Beobachtungen, auch vielleicht offene Fragen, auf.

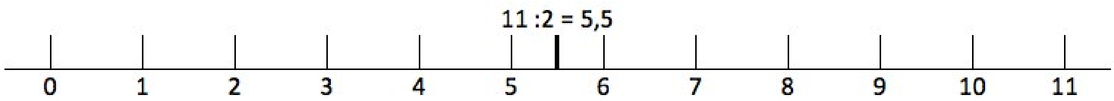
Wortschatz: gleichmäßig aufteilen = gerecht teilen = in gleich große Teile teilen; lecker = köstlich = schmeckt gut; das Trinkgeld = Geld als Danke für den Kellner, die Kellnerin; übrig bleiben = der Rest, der bleibt = was noch da ist; auffallen = bemerken.

Handout 2 – ZAHLEN & ZEICHEN FÜRS TEILEN

Was sind Brüche oder Bruchzahlen?

In der Mathematik bedeutet „teilen“ auch „dividieren“. Als Menschen zu teilen begannen, waren sie überrascht. Manche Dinge ließen sich gut und gerecht teilen, manche nicht. Zwei Menschen, ein Mann und eine Frau, teilten 10 Äpfel. Abwechselnd nahm jeder einen Apfel, bis keiner mehr da war. „Ich habe 5 Äpfel und genau gleich viel wie du“, freuten sich beide. Das nächste Mal hatten sie 11 Früchte und sie teilten genauso wie zuvor. Jeder bekam 5 Äpfel, aber da bleib noch ein Apfel übrig. Was wollten sie tun? „Nimm du ihn“, sagte der Mann. „Das ist nicht gerecht“, sagte die Frau, und brach den Apfel in zwei gleich große Teile. „Ein halber Apfel für dich und ein halber Apfel für mich. Das ist gerecht“, sagte die Frau.

Für viele Divisionen sind die natürlichen Zahlen (ℕ), von 1 bis unendlich, nicht genug. Wir brauchen Zahlen, die dazwischen liegen. Teilen wir 11 Früchte auf zwei Menschen auf, liegen die zwei gerechten, gleich großen Teile zwischen 5 und 6 Früchten. Die Menschen „brachen“ die Zahlen auseinander und die rationalen Zahlen (Q), die Zahlen einschließlich der Brüche, waren geboren.



(1) Teilen Sie folgende ganze Zahlen in 2 Teile und schreiben Sie das Ergebnis hin:

18 : 2 = ____ 34 : 2 = ____ 67 : 2 = ____ 98 : 2 = ____

2163 : 2 = ____ 12 : 1 = ____ 56 : 2 = ____ 79 : 2 = ____

Achten Sie darauf: Welche Zahl der Division wird geteilt? Welche Zahl des Bruchs sagt, in wie viele Teile das Ganze geteilt wird?
Das letzte Zeichen ÷ (das Geteiltzeichen) zeigt es: Divisionen sind auch Brüche.

(2) Wir können also auch schreiben: 18 : 2 = $\frac{18}{2}$ Schreiben Sie bitte die Divisionen als Brüche:

34 : 2 = — 67 : 2 = — 2163 : 2 = — 56 : 2 = — 79 : 2 = —

Achten Sie wieder darauf: Welche Zahl des Bruchs wird geteilt? Welche Zahl nennt die Anzahl der Teile, die entstehen.
Schreiben Sie folgende Texte: 1. als Division, 2. als Bruch und 3. als Ergebnis der Rechnung am Handy:

Teile 56 durch 2: 56 : 2 = = 28

Teile 24 in 2 Teile: ____ = — = ____ Dividiere 35 durch 2: ____ = — = ____

Wie oft steckt 2 in 367? ____ = — = ____ 17 gebrochen durch 2: ____ = — = ____

Teile 1 in 4 Teile: ____ = — = ____ Dividiere 1 durch 10: ____ = — = ____

Teile 1 in 100 Teile: ____ = — = ____ Wie oft passt 1000 in 1?____ = — = ____

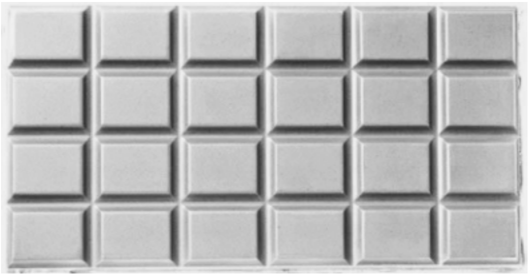
Wortschatz: abwechselnd = einmal der, einmal die = wechselweise; übrig bleiben = der Rest, der bleibt = was noch da ist.

Handout 3 –
BRÜCHE ALS TEILUNGSRECHNUNGEN

Vom gerechten & mathematischen Teilen

Wir teilen Schokolade. Vielleicht sehr ungern. ;-) 1 Tafel Schokolade besteht aus 24 Stücken Schokolade.

(1) Teilen Sie die Schokolade auf Ali und Paula auf. Wie viele Stücke bekommen Ali und Paula? Haben Sie gerecht geteilt?



Färben Sie Alis Schokoladestückchen rot und Paulas Schokoladestückchen blau oder markieren Sie eine Grenze zwischen den Anteilen Alis und Paulas.

Gibt es auch andere Möglichkeiten zu teilen?

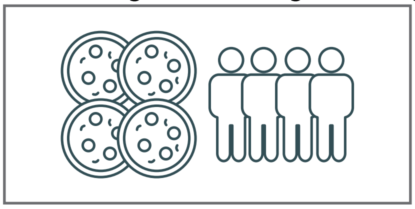
(2) Wie rechnen Sie das? Können Sie die exakte Rechnung aufschreiben?

Sie teilen 24 Schokostücke auf 2 Menschen auf. Wie heißt das in mathematischer Sprache?__________

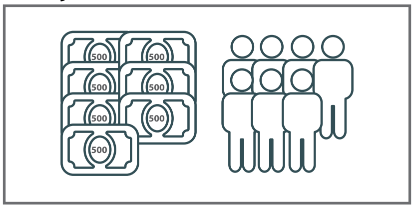
Welches Rechenzeichen verwenden wir für das Teilen? | : | / | — | ÷ |

Das Ergebnis ist: 12 Schokoladestücke pro Mensch oder 12 Schokoladestücke/Mensch.

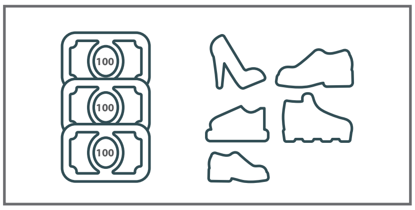
(3) Schreiben Sie die genaue Teilungsrechnung (= Divisionen) zu jedem Bild:



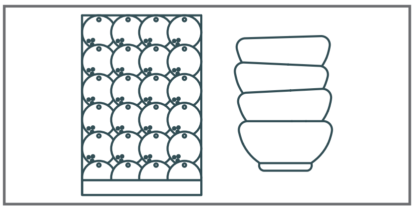
__________:__________=__________



__________:__________=__________



__________:__________=__________



__________:__________=__________

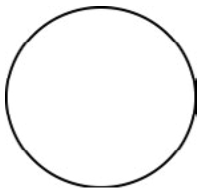
(4) Was können wir noch teilen? Finden Sie noch 3 Beispiele für Teilungsrechnungen.

Wortschatz: exakt = genau

Handout 4 –
DIE UHRZEIT UND DIE NAMEN DER BRÜCHE

3/4 oder drei Viertel ist nicht nur das Teilen von 3 in 4 Teile. Wir können das auch anders verstehen: Erstens wir teilen und nehmen zweitens dann mehrere Teile.

Brüche bedeuten zwei Rechenschritte: Teilen und Teile mehrmals nehmen

	1. Rechenschritt: Wir teilen das Ganze in 4 Teile		2. Rechenschritt: Wir nehmen 3 Mal ein Viertel	

Für die Uhrzeit verwenden wir gerne Brüche. Wie spät ist es?

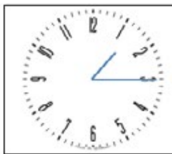
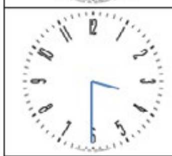
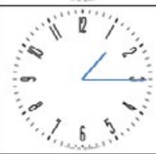
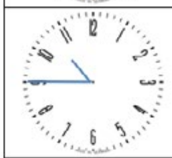
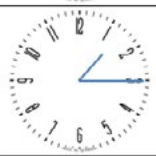
Es ist Viertel nach 2 Uhr. Wir sagen auch, es ist viertel drei, das heißt, es ist ein Viertel der 3. Stunde vergangen.

Wovon haben wir ein Viertel genommen?

Wie viele Minuten hat sich der Stundenzeiger seit 2 Uhr bewegt?

Spezialfrage: Wie viele Minuten hat sich der Stundenzeiger von seinem Platz um 2 Uhr bewegt?

(1) Verbinden Sie die Zeiten mit den richtigen Bildern:

	halb vier		Viertel nach zehn		zehn nach halb acht oder 5 vor drei viertel acht
	drei viertel elf		drei viertel sechs oder Viertel vor sechs		drei vier-tel drei oder Viertel vor drei
	Viertel nach eins		Viertel nach eins		fünf nach halb vier

Wie benennen wir die Teile in den Brüchen?

Der Name der Teile ergibt sich aus der Anzahl der Teile, in die wir das Ganze teilen. Ich teile durch vier, dann ist ein Teil 1 Vier<u>tel</u>. Ich teile durch 5, dann ist ein Teil 1 Fünf<u>tel</u>. Wir teilen eine Stunde in 60 Minuten. Eine Minute ist ein Sechzig<u>stel</u> der Stunde. Wenn 30 Minuten vergangen sind, dann ist eine <u>halbe</u> Stunde vergangen. Wir sagen nicht: ein „Zweitel" und auch nicht ein „Dreitel". Das heißt ein <u>Drittel</u>.

Handout 5 –
DIE NAMEN VON BRÜCHEN, „KOMMAZAHLEN“

Wir versuchen einen Kreis in eine Anzahl von gleich großen Teilen zu teilen. Dabei hilft uns das Ziffernblatt einer Uhr. Denken Sie daran: Der ganze Kreis hat 60 „Minuten“. Wie viel ist eine „Minute“?

(1) Teilen Sie das Ziffernblatt wie eine Torte in die vorgegebene Anzahl von Teilen. Schreiben Sie den Wert eines Teiles als Bruch und den Namen des Bruchs als Wort dazu.

	Teilen Sie das Ziffernblatt in 4 Teile: (= **15** Minuten/Teil) Ein Teil heißt: **1/4 = ein Viertel**		Teilen Sie das Ziffernblatt in 6 Teile (= __ Minuten/Teil) Ein Teil heißt: ______________		Teilen Sie das Ziffernblatt in 2 Teile (= __ Minuten/Teil) Ein Teil heißt: ______________
	Teilen Sie das Ziffernblatt in 5 Teile: (= __ Minuten/Teil) Ein Teil heißt: ______________		Teilen Sie das Ziffernblatt in 3 Teile (= __ Minuten/Teil) Ein Teil heißt: ______________		Teilen Sie das Ziffernblatt in 10 Teile (= __ Minuten/Teil) Ein Teil heißt: ______________

Auch unsere „Kommazahlen“, sie heißen Dezimalbrüche, sind Brüche. Eigentlich sind es Summen von Brüchen. Die Stellen rechts vom Komma heißen: ein Zehntel, ein Hundertstel, ein Tausendstel. Wie würden Sie ein Zehntel, ein Hundertstel, ein Tausendstel als Bruch schreiben?

1z =   1h =   1t =

Beispiel für einen Dezimalbruch: 0,756 = 0E 7z 5h 6t = $\frac{7}{10} + \frac{5}{100} + \frac{6}{1000}$

(2) Werden die Stellenwerte = Teile rechts vom Komma immer kleiner oder immer größer? Wovon sind die Stellen eigentlich ein Zehntel, ein Hundertstel, ein Tausendstel?

$\frac{1}{100} > \frac{1}{1000}$ $\frac{1}{1000}\ \ \frac{1}{10}$ $\frac{1}{100}\ \ \frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}\ \ \frac{1}{1000}$ $\frac{1}{10}\ \ \frac{1}{100}$

$\frac{2}{100}\ \ \frac{7}{1000}$ $\frac{6}{100}\ \ \frac{23}{1000}$ $\frac{10}{1000}\ \ \frac{1}{100}$ $\frac{65}{1000}\ \ \frac{6}{100}$ $\frac{5}{1000}\ \ \frac{7}{1000}$

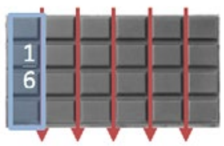
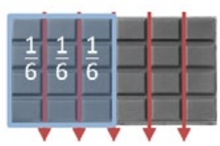
(3) Schreiben Sie den Dezimalbruch als echte Brüche auf:

0,02 = $\frac{2}{100}$ 0,04 =   0,3 =   0,026 =

0,25 = $\frac{25}{100} = \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$ 0,90 =   0,17 =   0,038 =

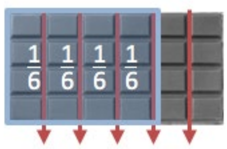
(4) Zeichne an die richtige Stelle des Metermaßes:
0,9 m – 0,4 m – 0,05 m – 10 Zentimeter – 5 dm – 80 cm

Handout 6 und 7 –
VOM TEILEN UND ZÄHLEN DER TEILE

	Wir teilen 1 ganze Tafel Schokolade in 6 Teile.		Jeder **Teil ist 1/6 der Tafel.** Wir nehmen 3 Teile, 3 mal 1/6 und bekommen 3/6.	Wir teilen das Ganze, schreiben die Anzahl der Teile in den Nenner. Dann zählen wir die Teilstücke, und schreiben ihre Anzahl in den Zähler.

Nun verändern wir Nenner und Zähler und beobachten, was geschieht.

(1) Zuerst verändern wir nur den Zähler:



Wir vergrößern den Zähler auf 4/6.
Was geschieht? Haben wir verglichen mit 3/6 mehr, gleich viel oder weniger Schokolade?
Wir haben mehr Sechstel-Teile und auch mehr Schokolade. 3/6 < 4/6

Wir merken uns: Je größer der Zähler, desto mehr gleich große Teile. Mehr gleich große Teile = größerer Bruchwert. Gleicher Nenner = gleich große Teile.

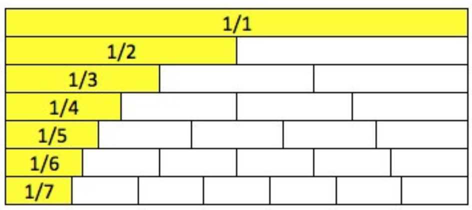
a) Finden Sie bitte je 3 weitere Brüche mit immer größeren Werten durch Vergrößern des Zählers. Verändern Sie den Nenner dabei nicht.

8/24 < __________ < _________ < __________ 156/328 < __________ < _________ < __________

b) Finden Sie bitte je 3 weitere Brüche mit immer kleineren Werten durch Verkleinern des Zählers. Verändern Sie den Nenner dabei nicht.

23/59 > __________ > _________ > __________ 4568/6952 > __________ > _________ > __________

(2) Wir verändern jetzt nur den Nenner:



1 Teil
2 Teile
3 Teile
4 Teile
5 Teile
6 Teile
7 Teile

Wir beginnen mit 1 Teil und vergrößern den Nenner. Was geschieht, wenn wir jeweils 1 Teil vergleichen? Größerer Nenner heißt, das Ganze in mehr Teile teilen. Die Teile werden kleiner, wenn der Nenner größer wird.

Wir merken uns: Je größer der Nenner, desto kleiner ist der Bruchwert, wenn der Zähler gleich bleibt.

a) Bringen Sie bitte die Brüche in die richtige Reihenfolge von klein nach groß: 1/9, 1/22, 1/5, 1/56

______ < ______ <______ <______ Was fällt Ihnen auf?

b) Finden Sie bitte selbst eine Reihe von Stammbrüchen* – Das sind Brüche mit dem Zähler 1. Jetzt soll der Wert der Brüche aber immer kleiner werden.

______ > ______ > ______ > ______ > ______ > ______

(3) Wir verändern Zähler und Nenner:

<table>
<tr><td colspan="12">1/2</td><td colspan="12">1/2</td></tr>
<tr><td colspan="6">1/4</td><td colspan="6">1/4</td><td colspan="6">1/4</td><td colspan="6">1/4</td></tr>
<tr><td colspan="4">1/6</td><td colspan="4">1/6</td><td colspan="4">1/6</td><td colspan="4">1/6</td><td colspan="4">1/6</td><td colspan="4">1/6</td></tr>
<tr><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td></tr>
</table>

Wir starten mit 1/2 und verdoppeln Zähler und auch den Nenner: 2/4. Wir verdreifachen Zähler und Nenner: 3/6. Wir nehmen beide, Zähler und Nenner, mal 4: 4/8. Was sehen Sie?

Multiplizieren wir Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl, so bleibt der Wert des Bruchs gleich.

<table>
<tr><td colspan="2">1/2</td><td colspan="2">2/2</td></tr>
<tr><td>1/4</td><td>2/4</td><td>3/4</td><td>4/4</td></tr>
</table>

Erstaunlich, was geschieht hier?

Multipliziere ich den Nenner mit 2, werden die Teile halbiert. Multipliziere ich dann den Zähler auch mit 2, bekomme ich 2 mal so viele halbierte Teile. 1/2 = 2/4.

Wir können aus einem Bruch sofort unendlich viele Brüche machen, die den gleichen Wert haben. Beispiel: 1/2 = 5/10 = 7/14 = 9/18 = 50/100 = 344/688 = 4231/8462 usw.

a) Finden Sie 3 wertgleiche Brüche durch Multiplizieren von Zähler und Nenner mit jeweils der gleichen Zahl. Dieses Verfahren heißt: Erweitern.

3/5 = _________ = ________ = _________ 2/6 = _________ = ________ = _________

4/10 = _________ = ________ = _________ 3/8 = _________ = ________ = _________

Welcher Bruch ist größer: 2/3 oder 5/8?

<table>
<tr><td colspan="8">1/3</td><td colspan="8">1/3</td><td colspan="8">1/3</td></tr>
<tr><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td><td colspan="3">1/8</td></tr>
</table>

2/3 > 5/8. Aber der Unterschied ist nur gering. Wie können wir genau sagen, wie viel größer?

*Stammbruch heißt: der Zähler ist 1.

Handout 8 –
BRÜCHE ALS PROPORTIONEN ZWEIER GRÖSSEN

Proportionen sind verhältnisgleiche Veränderungen von Größen aller Art. Klingt kompliziert. Ein Beispiel zeigt, was gemeint ist:

Ich tanke 5 Liter Treibstoff in meinen Tank. Die Zapfsäule misst die Menge, die ich tanke. Gleichzeitig zählt sie (leider ;-) auch das Geld mit, das ich bezahlen muss. Tanke ich die doppelte Menge Treibstoff, zahle ich die doppelte Menge Geld.

1 Liter Treibstoff kostet 1,50 €. 5 Liter kosten 5-mal so viel. Das lässt sich auf zwei Arten darstellen:

1. Als Zahlenpaare in einer Tabelle:

	Liter Treibstoff	Euro Preis
	1	1,50
· 2	2	3,00
· 5	5	7,50
· 10	10	15,00

Wir schreiben 1,50 : 1 und lesen 1,50 € <u>zu</u> 1 L. Das ist ein Bruch.

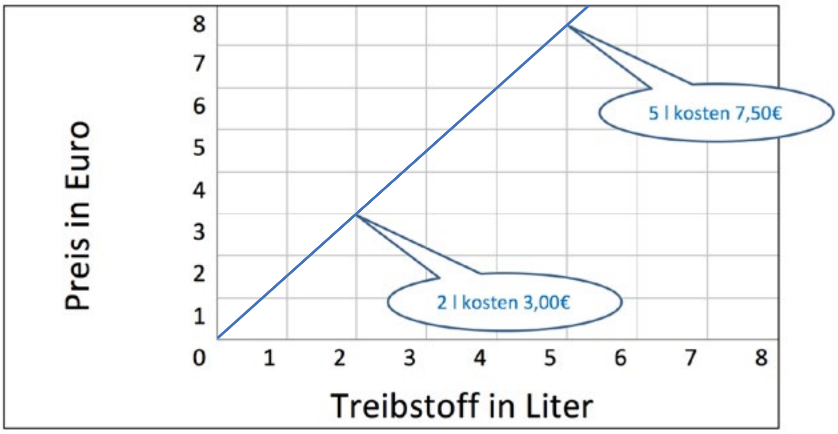
(1) Bilden Sie bitte alle Brüche. Was fällt Ihnen auf? Welche Einheit haben diese Brüche?

3,00 € : 2 L =

7,50 € : 5 L =

15,00 € : 10 L =

2. In einem Diagramm: Versuchen Sie den Preis von 1 Liter und 4 Liter zu finden und zu markieren.



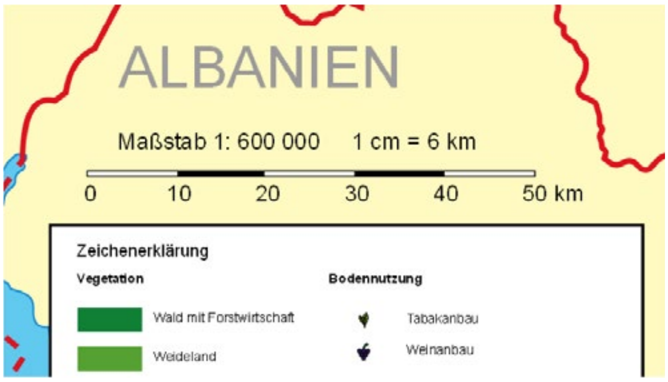
(2) Vergleichen Sie die Preise dreier Tankstellen miteinander. Wie rechnen Sie?

Tankstelle A:	Tankstelle B:	Tankstelle C:
25 L kosten 22,50 €	35 L kosten 34,50 €	27 L kosten 26,60 €

Wo ist der Treibstoff am billigsten?

Handout 9 –
BRÜCHE ALS PROPORTIONEN ZWEIER GRÖSSEN - MASSSTAB

Können Sie auf einer Landkarte die wirkliche Entfernung zwischen zwei Orten messen?



Zwischen Strecken in der Wirklichkeit und Strecken auf der Karte gibt es ein direktes Verhältnis. Je mehr Kilometer in der Wirklichkeit, desto größer wird die Strecke auf der Karte dargestellt.
Der Maßstab, im Bild 1:600 000 (sprich: 1 zu 600 000), gibt über dieses Verhältnis Auskunft. Es bedeutet: 1cm auf der Karte (1. Zahl) entspricht 600 000 cm in der Wirklichkeit, das sind 6 km. Wie rechnen Sie das um?

(1) Wenn Sie die Strecke von 1 cm jetzt auf dieser Karte verdoppeln, wie viele Kilometer entspricht das in der Wirklichkeit? Was rechnen Sie?

____________cm entspricht _____________ km

(2) Messen Sie im Atlas die Entfernung in Luftlinie: Wie gehen Sie vor?

Orte	Entfernung auf der Karte in cm	Maßstab	1 cm ≙ ? km	Umrechnung	wirkliche Entfernung
Graz – Bruck a. d. Mur					
Linz – Wels					
Salzburg – Hallein					
Innsbruck – Imst					
Bregenz – Feldkirch					
Klagenfurt – Villach					
Wien Mitte – Wiener Neustadt					
Eisenstadt – Güssing					
St. Pölten – Krems					

Meine Arbeitsschritte:
1) Ich suche eine Karte im Atlas, die beide Orte zeigt (Ort im Namensregister hinten suchen),
2) Ich messe auf der Karte die gerade Verbindung zwischen den Mittelpunkten der beiden Orte.
3) Ich rechne mit dem Maßstab die Entfernung auf der Karte in die wirkliche Entfernung um.

(3) Sie haben eine Entfernung von 10 km in Wirklichkeit. Wie groß ist die Entfernung auf der Karte mit dem angegebenen Maßstab? Auf welcher Kartendarstellung ist die Entfernung am kürzesten? Reihen Sie die Maßstäbe (1, 2, 3, 4. 1 ist kürzeste Entfernung auf der Karte). Was fällt Ihnen auf?

	Karte A	Karte B	Karte C	Karte D
Maßstab	1 : 15 000	1 : 2 000	1 : 200 000	1 : 50 000
Strecke (Karte)				
Reihe der Maßstäbe				

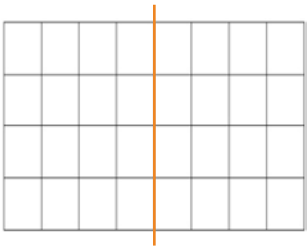
(4) Zusätzlicher Arbeitsauftrag: Messen Sie den Klassenraum genau aus und zeichnen Sie einen Plan des Raums im Maßstab 1 : 20.

Wortschatz: der Atlas (Mz. Atlanten) = Buch mit Landkarten; die Luftlinie = kürzeste Verbindung zwischen zwei Orten

Handout 10 –
ADDIEREN GLEICHNAMIGER BRÜCHE

„Wir können mit Brüchen ebenso rechnen wie mit natürlichen Zahlen. Das haben wir heute in Mathematik gelernt“, meint Kerstin. „Aber ganz so einfach ist das nicht“, sagt Omar. Versuchen wir es mit einem gefalteten Stück Papier.

(1) Alle falten zwei A4-große Papierblätter, bis jedes Blatt 32 Teile hat, wie es hier aufgezeichnet ist:



Beim Falten können Sie mitrechnen. Ich falte (rote Linie) das Papier in der Mitte in die Hälfte:
Wir teilen ein Ganzes in 2 Teile: $1 : 2 = \frac{1}{2}$. Es entstehen 2 **gleich große Teile**. Wir haben zwei Hälften = $\frac{2}{2}$.
Jetzt legen wir das 2. gefaltete Papier daneben. Wie viele halbe Teile, Hälften haben wir jetzt?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = \_\_\_\_$$

Frage: Wie viel ganze Blatt Papier haben Sie vor sich?

(2) Wir addieren oder subtrahieren Brüche mit gleichem Nenner:

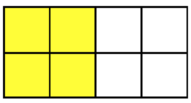
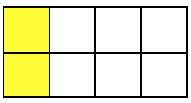
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$ oder gleich ein Ganzes. Was tun wir: Wir zählen gleich große Teile: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.

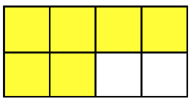
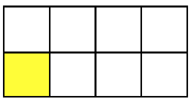
Versuchen Sie es bitte selbst. Die gefalteten Papierblätter können Ihnen helfen:

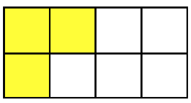
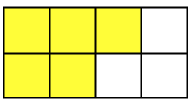
$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} =$ $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} =$ $\frac{1}{16} + \frac{7}{16} =$ $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} =$

Wir beachten beim Addieren von Brüchen:
Wir brauchen gleich große Teile und wir zählen die Teile, der Nenner bleibt unverändert.

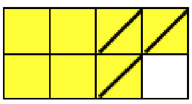
(3) Schreiben Sie die Rechnung für die folgenden Bilder und berechnen Sie bitte das Ergebnis:

 +  =

 +  =

 +  =

(4) Können Sie auf die gleiche Art auch subtrahieren? Versuchen Sie die Bruchrechnung zu schreiben.

 =

Handout 11 –
BRÜCHE MIT GANZEN ZAHLEN MULTIPLIZIEREN

Wir multiplizieren Brüche mit ganzen Zahlen:

Beim Addieren von Brüchen mit gleich großem Nenner werden die Zähler addiert, die Nenner bleiben gleich. Was bedeutet das eigentlich?

Karl, Meryem und Reza möchten jeweils eine halbe Pizza bestellen. Wie viele Pizzen bestellen sie gemeinsam.

$3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

Ich brauche 3-mal eine halbe Pizza.

Ihre Aufgaben:

(1) Für die 20 Teilnehmenden eines Kurses soll Pudding gekocht werden. Für jeden Pudding werden 1/8 Liter Milch gebraucht. Wie viel Liter Milch muss eingekauft werden?

(2) Bertram und Samira kochen Suppe für 15 Freunde und Freundinnen. In jeden Teller kommt 1/8 Liter Suppe. Können die beiden die gesamte Suppe in einem 2 Liter-Topf kochen?

(3) Finden Sie noch 2 andere Rechnungen, die Sie und Ihre Kolleginnen und Kollegen rechnen könnten?

a)

b)

(4) Formulieren Sie bitte eine Rechenregel für das Multiplizieren eines Bruchs mit einer ganzen Zahl:

Handout 12 –
ADDIEREN UNGLEICHNAMIGER BRÜCHE

Daniel hat heute 2-mal Pizza gegessen. Einmal teilte er eine Pizza mit seiner Freundin Sue und dann teilte er eine Pizza mit seinen 2 Freunden, Ali und John. Wie viel Pizza hat er insgesamt gegessen?

Wie könnte die Rechnung dafür aussehen? $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

Können Sie diese Rechnung in zwei Pizzas zeichnen?

Vergleichen Sie die Pizza mit einer Uhr, was ist 1/2 einer Stunde, was 1/3 einer Stunde.
Eine Proportion. 1:3 = 20:60

Die beiden Teile sind nicht gleich groß. Wir können sie so nicht addieren.

(1) Wir schätzen das Ergebnis anhand der Zeichnung. Wir schreiben die Schätzung auf. Mehr als 1, weniger als 3/4?

Addieren, braucht gleich große Teile. Wir erweitern beide Brüche bis gleich große Teile entstehen:
1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8 = 5/10= 6/12 … Der andere Bruch 1/3 hat auch unendlich viele Gesichter:
1/3 = 2/6 = 3/9 = 4/12 = 5/15 … Die Frage stellt sich, welche Brüche kann ich addieren?
Wenn wir nur gleiche Teile addieren können, wählen wir:
1/2 + 1/3 = 3/6 + 2/6 = 5/6. Was ist gleich an den beiden Brüchen? Richtig, die Größe der Teile.

Bevor wir addieren oder subtrahieren, müssen wir gleich große Teile herstellen. Wir brauchen gleich große Nenner. Danach können wir die Teile zählen.

Wie finden wir den kleinsten gemeinsamen Nenner? Unsere Nenner sind z.B. 6 und 9: Wir bilden für beide Nenner eine Reihe durch Multiplizieren mit 1, 2, 3 usw.

Nenner	mal 1	mal 2	mal 3	mal 4	mal 5	mal 6	mal 7
6	6	12	18	24	30	36	42
9	9	18	27	36	45	54	63

Was ist bei beiden die erste gleiche Zahl? Es ist 18. Was heißt das? Wenn wir 1/6 in 3 Teile teilen, erhalten wir 1/18. Wenn wir 1/9 in 2 Teile teilen, erhalten wir ebenfalls 1/18.

1/6			2/6			3/6			4/6			5/6			6/6		
1/18	2/18	3/18	4/18	5/18	6/18	7/18	8/18	9/18									

1/18	2/18	3/18	4/18	5/18	6/18	7/18	8/18										
1/9		2/9		3/9		4/9		5/9		6/9		7/9		8/9		9/9	

1/18	2/18	3/18	4/18	5/18	6/18	7/18	8/18	9/18	1/18	2/18	3/18	4/18	5/18	6/18	7/18	8/18	

3/6 +4/9 = 9/18 + 8/18 = 17/18

Woher kommen nun die neuen Zahlen für den Zähler? Der Wert des Bruchs soll gleich bleiben:

1/6	2/6	3/6	4/6	5/6	6/6

Wir haben 3 mal 1/6 - Teile

1/18	4/18	7/18	10/18	13/18	16/18
2/18	5/18	8/18	11/18	14/18	17/18
3/18	6/18	9/18	12/18	15/18	18/18

Wir teilen jedes Sechstel in drei Teile, und haben 3 mal so viele, kleinere Teile. Wir erhalten 9/18.

Wir beachten: Teilen wir die Teile durch 3, brauchen wir 3-mal so viele Teile wie vorher, um den gleichen Bruchwert zu erreichen. 3/6 = 9/18. Diese wertgleiche Veränderung des Bruchs nennen wir „Erweitern".

Wir rechnen: Aus 3/6 machen wir 3 mal kleinere Teile /18 und brauchen 3 mal so viele Teile 9/18.
Oder wir schreiben: $\frac{3\cdot 3}{6\cdot 3} = \frac{9}{18}$ Wir haben unseren Bruch mit 3/3 multipliziert.
Wie viel aber ist 3/3? Es ist 1. Alle Zahlen mit 1 multipliziert ergeben die Zahl selbst.
Wir haben den Wert des Bruchs durch das Multiplizieren mit 1 oder 3/3 nicht verändert.

Suchen Sie den gemeinsamen kleinsten Nenner und addieren Sie die Brüche:

$$\frac{5}{12}+\frac{3}{8}=\frac{5\cdot 2}{12\cdot 2}+\frac{3\cdot 3}{8\cdot 3}=\frac{10}{24}+\frac{9}{24}=\frac{19}{24}$$

Gemeinsamer Nenner: 12 – 24 – 36 – und 8 – 16 – 24 – Der gemeinsame Nenner ist 24.

(1) Wir üben:

$\frac{2}{9}+\frac{1}{3}=$

$\frac{5}{7}+\frac{2}{4}=$

$\frac{2}{15}+\frac{4}{5}=$

$\frac{6}{9}+\frac{2}{6}=$

3 dm + 5 cm =

1 km + 230 m =

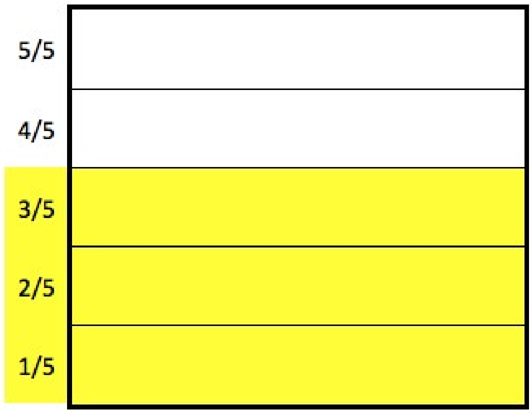
Ein Tipp: Wie können wir dm und cm addieren? Wir brauchen gleich große Teile. Der wievielte Teil eines Meters ist 1 dm, der wievielte Teil ist 1 cm? Wie oft passt ein m in einen km? Auch hier können wir nur addieren, wenn wir gleich große Maßeinheiten (dm + dm oder cm + cm oder km + km oder m + m) haben. Es gibt jeweils zwei oder noch mehr Antworten.

Handout 13 –
MULTIPLIZIEREN VON ZWEI BRÜCHEN

Multiplizieren von Brüchen

Das haben wir bereits beim Erweitern gemacht. $\frac{5}{12} \cdot \frac{2}{2} = \frac{10}{24}$

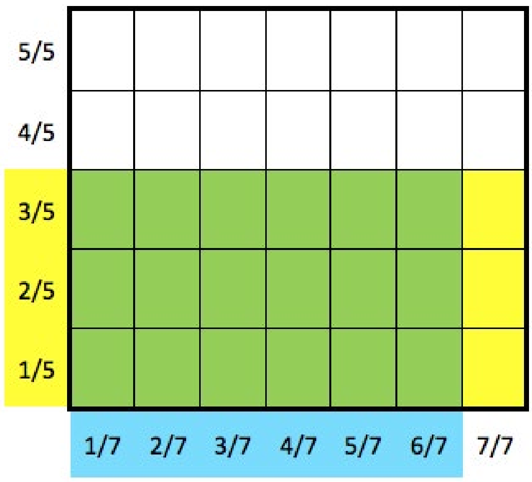
Wenn wir zwei Brüche multiplizieren, 3/5 · 6/7, ist es ein gutes Bild, wenn wir die Fläche eines Rechtecks berechnen. Kennen Sie schon die Flächenformel für das Rechteck? A = a · b



Wir wollen also von dem ganzen Quadrat nur 3/5.

Der eingefärbten Teil ist 3 mal 1/5 = 3/5.

Jetzt denken wir uns ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 1 Einheit. a = 1. Wir brauchen aber nicht das ganze Quadrat, sondern wollen nur das Rechteck a = 3/5 und b = 6/7 berechnen.



Wir wollen aber von den 3/5 des ganzen Quadrats wiederum nur 6/7, den anders gefärbten Teil.

Durch das 7-Teilen der 5-tel-Teile bekommen wir 35 Teile, von denen wir 3 mal 6 also 18 Teile brauchen.

$\frac{3}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{18}{35}$

Daher Zähler · Zähler
durch Nenner · Nenner

$\frac{2}{7} \cdot \frac{4}{3} =$

$\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{4} =$

$\frac{2}{15} \cdot \frac{4}{5} =$

$\frac{6}{9} \cdot \frac{2}{6} =$

50 cm · 50 cm =

2 dm · 6 dm =

Achtung: Was entsteht, wenn wir eine Länge mit einer Länge multiplizieren? Denken Sie an die Formel A = a · b. Was rechnen wir damit aus? Können Sie das in m rechnen oder brauchen Sie eine neue Einheit?

Handout 14 –
BRÜCHE DIVIDIEREN DURCH GANZE ZAHLEN

1. Lösungsweg: 4/6 : 2: Wir teilen den Zähler, die Anzahl (= 4) der Teile durch 2 und erhalten: 2/6.
2. Lösungsweg: 4/6 : 2: Wir teilen die Teile. Wir halbieren die 6-tel in 12-tel und erhalten: 4/12.

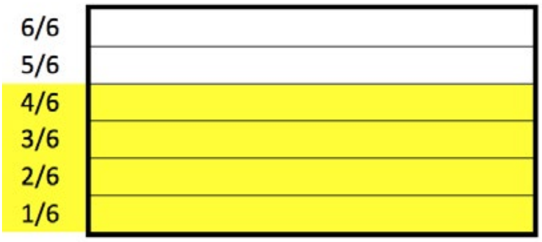
1. Lösungsweg: Zähler teilen	1/6		2/6		3/6		4/6		5/6		6/6	
2. Lösungsweg: Teile teilen	1/12	2/12	3/12	4/12	5/12	6/12	7/12	8/12	9/12	10/12	11/12	12/12

Wertgleiche Brüche sind gleich groß. 4/12 = 2/6 = 1/3. Wir teilen Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl. Das nennen wir „Kürzen“. Das Gegenteil vom „Erweitern“.

$$\frac{4:2}{12:2} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$$

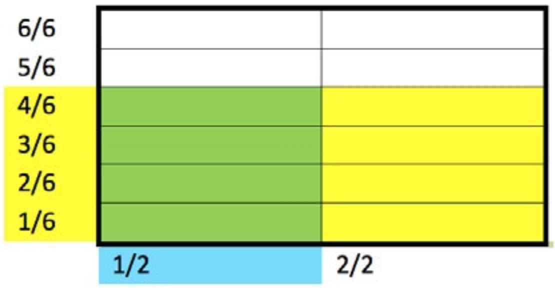
Wir teilen durch 2/2 und noch einmal durch 2/2. 2/2 = 1. Teile ich durch 1, bleibt der Wert der Bruchzahl gleich.

3. Methode: 4/6 : 2: Anstatt durch 2 zu teilen multiplizieren mit 1/2 .
Wir teilen durch 2 oder nehmen mal 1/2. Ist das wirklich dasselbe?



Wir wollen also von der ganzen Rechteckseite nur 4/6.

Also den eingefärbten Teil.



Wir wollen von den 4/6 nur 1/2-mal, das ist der anders gefärbte Teil. Durch das Halbieren der 6-tel-Teile bekommen wir 12 Teile, von denen wir 4 Teile brauchen.

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{12}$$

Wir können Malnehmen und Teilen tauschen, wenn wir auch Zähler und Nenner der 2. Zahl tauschen. Das heißt den „Kehrwert bilden“. Der Nenner einer ganzen Zahl ist 1!

$$\frac{9}{15} : 3 = \frac{9}{15} \cdot \frac{1}{3}$$

(1) Wir üben. Wählen Sie die beste Methode – 1, 2 oder 3. Kürzen Sie bitte, falls es möglich ist:

$\frac{24}{39} : 3 =$ $\frac{4}{5} : 7 =$

$\frac{2}{15} : 5 =$ $\frac{6}{9} : 2 =$

Handout 15 – DIVIDIEREN VON BRÜCHEN

In Österreich wird Wein in 7/10-Liter-Flaschen verkauft. Wie viele Gläser zu je 1/8 Liter können Sie aus einer Flasche einschenken? Unsere Rechnung dazu:

$$\frac{7}{10}\,\mathrm{L} : \frac{1\mathrm{L}}{8\ \mathrm{Glas}} =$$

Bevor wir das rechnen, überlegen wir zwei Lösungswege für ein einfacheres Beispiel:

1. Lösungsweg: Zähler dividiert durch Zähler und Nenner dividiert durch Nenner. $\frac{8}{12} : \frac{1}{3} = \frac{8}{4} = 2$

12/12		1/3
11/12		
10/12		
9/12		
8/12		1/3
7/12	⇦ 2-mal	
6/12		
5/12		
4/12		1/3
3/12	⇦ 1-mal	
2/12		
1/12		

Wie oft hat ein 1/3 des Ganzen in 8/12 des gleichen Ganzen Platz?

Ergebnis: 2-mal.

Das Ganze ist ja für beide Bruchzahlen gleich.

2. Lösungsweg: Wir tauschen Teilen gegen Malrechnen <u>und</u> tauschen gleichzeitig Zähler und Nenner der 2. Zahl (= Kehrwert bilden).

8/12	16/12	**24/12**
7/12	15/12	23/12
6/12	14/12	22/12
5/12	13/12	21/12
4/12	**12/12**	20/12
3/12	11/12	19/12
2/12	10/12	18/12
1/12	9/12	17/12
· 1	· 2	· 3

Statt: $\frac{8}{12} : \frac{1}{3} =$

$\frac{8}{12} \cdot \frac{3}{1} = \frac{24}{12} = 2$

Wir nehmen 8/12 mal 3

Ergebnis: 24/12 = 2

Jetzt aber zu unserer Weinflasche. Wir rechnen mit dem 2. Lösungsweg:

$$\frac{7}{10}\,\mathrm{L} : \frac{1\mathrm{L}}{8\ \mathrm{Glas}} = \frac{7}{10}\,\mathrm{L} \cdot \frac{8\ \mathrm{Glas}}{1\mathrm{L}} = \frac{56\mathrm{L} \cdot \mathrm{Glas}}{10\mathrm{L}} =$$

5,6 Gläser. Wir können 5 volle 1/8-Gläser einschenken. Der Rest bleibt übrig.

(1) Berechnen Sie bitte und kürzen Sie, so weit wie möglich:

$\frac{2}{7} : \frac{4}{3} =$ $\frac{5}{7} : \frac{2}{4} =$ $\frac{2}{15} : \frac{4}{5} =$ $\frac{6}{9} : \frac{2}{6} =$

Handout 16 – UMRECHNEN GEMISCHTER ZAHLEN

12/8 sind mehr als ein Ganzes. Woran merken Sie das? Es sind 8/8 + 4/8 Das kann daher als gemischte Zahl (Ganze und Bruchteile) geschrieben werden: $1 + \frac{4}{8} = 1\frac{4}{8}$
Wie können wir mit diesen Zahlen rechnen?

1. Lösungsweg: Wir wandeln die gemischte Zahl in einen unechten Bruch (= Zähler ist größer als Nenner) um und rechnen mit Brüchen. Dabei werden die ganzen Zahlen in die entsprechenden Teile zerlegt. Das wenden wir beim Multiplizieren und Dividieren an.

$$1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{3}{4} = \frac{3+2}{3} \cdot \frac{4+3}{4} = \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{4} = \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$$

25/12	26/12	27/12	28/12	29/12	30/12	31/12	32/12	33/12	34/12	35/12	36/12	
13/12	14/12	15/12	16/12	17/12	18/12	19/12	20/12	21/12	22/12	23/12	24/12	**2 Ganze**
1/12	2/12	3/12	4/12	5/12	6/12	7/12	8/12	9/12	10/12	11/12	12/12	**1 Ganzes**

Ist das Ergebnis ein unechter Bruch, wird in gemischte Zahl umgewandelt.
Wir finden heraus: Wie oft hat der Nenner im Zähler zur Gänze Platz (2-mal) und wie viele Teile bleiben Rest (11/12). Achtung, die restlichen Teile sind noch immer gleich groß, 12-tel!

2. Lösungsweg: Wir rechnen die Ganzen und die Bruchteile getrennt. Beim Addieren und Subtrahieren gleich.

$$1\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4} = 1 + 1 + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{7 \cdot 3}{4 \cdot 3} = 2 + \frac{8}{12} + \frac{21}{12} = 2\frac{29}{12} = 2 + 2\frac{5}{12} = 4\frac{5}{12}$$

Beim Subtrahieren achten wir auf gleichnamige Nenner und genügend Teile zum Wegnehmen.

$$3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4} = 2\frac{5}{4} - 1\frac{3}{4} = 1\frac{2}{4} \qquad 3\frac{1}{8} - 1\frac{3}{8} = 2\frac{9}{8} - 1\frac{3}{8} = 1\frac{6}{8} = 1\frac{3}{4}$$

(1) Wie viel Liter Getränke wurden beim letzten Fest getrunken? Es wurden 27 Getränke zu 1/2 L, 12 Getränke zu 1/4 L, und 17 Achtel-Gläser Getränke getrunken. Geben Sie bitte das Ergebnis als gekürzte gemischte Zahl an.

(2) Herr Milo arbeitet als mobiler Krankenpfleger. Er berechnet seine Arbeitszeit in der letzten Woche. Bei Herrn Berger war er 5-mal 1/2 Stunde. Frau Taler besuchte er täglich 2-mal je eine 1/4 Stunde von Montag bis Freitag. Mit Herrn Leitner verbrachte er am Donnerstag 4 ½ Stunden auf einem Ausflug. Mit Frau Gruber und ihrem Hund „Pythagoras" ging er 5-mal eine ¾ Stunde spazieren. Wie viele Stunden schrieb Herr Milo insgesamt in seine Arbeitszeitaufzeichnung?

Wortschatz: mobil = beweglich, unterwegs; die Aufzeichnung = hier Notizen mit den Arbeitszeiten

Handout 17 – PROZENTE, UMSATZ- UND MEHRWERTSTEUER

Angebote, Rabatte und Prozente. Im Postkasten liegt das Werbeblatt und lockt mit günstigen Angeboten und verbilligten Waren. Minus 15% auf Mineralwasser. Was bedeutet das?

Prozent bedeutet: Teile ein Ganzes durch 100. Das war es? Ja, mehr Geheimnis steckt nicht hinter dem Wort Prozent. Der Prozentsatz 15% bedeutet, teile das Ganze in 100 Teile und nimm 15 dieser Teile. Wovon nehme ich diesen Teil, was ist mein Ganzes? Es ist der Preis des Mineralwassers. Ein 6er-Tray Mineralwasser mit 6 Flaschen kostet 6 · 0,69€ /Flasche.

Was zahle ich wegen des Rabatts wirklich?

1) Berechnen Sie den Gesamtpreis: 6 Fl. · 0,69€/Fl. = 4,14 €. Das ist mein Ganzes.
2) Berechnen Sie den 15% Rabatt von 4,14 €. Das Ganze mal dem Prozentsatz = 4,14 € · 15/100 = 0,621 € ≈ 0,62 €
3) Berechnen Sie den Kaufpreis: Gesamtpreis minus Rabatt = 4,14 € – 0,62 € = 3,52 €

Geht das auch anders? Ja, wie viel Prozent zahle ich? 100% - 15% = 85%. Wie viel ist 85% vom Gesamtpreis? 4,14 € · 85/100=3,519 € ≈ 3,52 € Also das Gleiche.

> Wir merken uns:
> Will ich einen Prozentanteil von einem Ganzen wissen, dann rechne ich:
> Prozentanteil (= das Ganze) mal Prozentsatz Beispiel: 17% von 200 € = 200 € · 17/100 = 34

Das Ganze ist ein Preis, ein Gewicht, eine Länge, was auch immer. Mit dem Prozentsatz berechnen wir einen bestimmten Hundertstel-Teil von diesem Ganzen. Der Prozentsatz ist ein Dezimalbruch: 17% = 17/100 = 0,17 von etwas.

(1) Schreiben Sie als Bruch und Dezimalbruch:

23% = 23/100 = 0,23	60% = ____/_____ = ____	20% = = ____/_____ = ____
90% = ____/_____ = ____	120% = ____/_____ = ____	5% = = ____/_____ = ____

Wichtige Prozentsätze: 10% = 1/10, 25% = 1/4, 50% = 1/2, 75/ = 3/4, 100% = das Ganze, 1% = 1/100

Wortschatz: locken = zum Kaufen bewegen; günstig = billig, verbilligt = niederer Preis, Rabatt; 6er-Tray = 6 Flaschen gemeinsam verpackt

Sie sind Steuerzahlende! Schauen Sie bitte auf Ihre Kassenbons beim Einkaufen und prüfen Sie nach.

Umsatzsteuer (USt.) in Österreich: Drei verschiedene Mehrwertsteuersätze (MwSt.)

In Österreich gibt es drei verschiedene Mehrwertsteuersätze. Der Normalsteuersatz beträgt 20 %. Der ermäßigte Steuersatz beträgt 10 % oder 13%. 10% MwSt. gilt zum Beispiel für Lebensmittel, Mieten, Personentransport, Bücher oder Zeitungen. 13% USt. zahlen wir beim Kauf von Kunstwerken, Filmvorführungen, Brennholz, lebenden Tiere und Pflanzen. Bei jedem Einkauf zahlen wir die MwSt., die am Kassabon aufscheinen muss. Der Verkäufer muss diese MwSt. monatlich an das Finanzamt weitergeben. Dieses Geld verwendet der Staat für Gemeinschaftsleistungen (Schulen, Straßen, medizinische Versorgung etc.).

Handout 18 –
PROZENTE UND WAHLEN

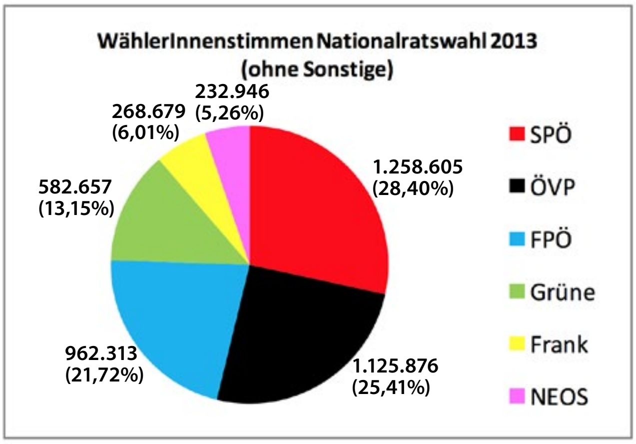
Wahlen sind in einer Demokratie wichtig. Sie verteilen die Macht, sie kontrollieren die Macht. Weil nicht alle BürgerInnen alles in einem Staat selbst regeln können, schicken wir VertreterInnen in unsere Parlamente. Die Menschen für die Sitze im Parlament werden von Parteien nominiert und entsprechend dem Stimmanteil bei Wahlen vergeben. So wählten 2013 bei der Nationalratswahl 4.649.788 Menschen mit je einer gültigen Stimme die 183 Abgeordneten des Nationalrates. Diese beschließen Gesetze und kontrollieren die Regierung.

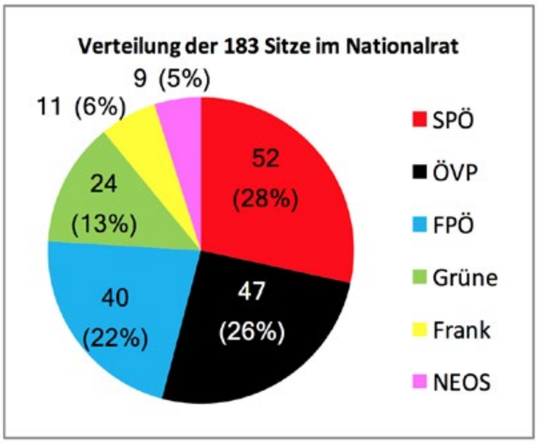
Aber wie kommen wir von 4.649.788 Stimmen auf 183 Abgeordnete? Auf eine gerechte Weise. Der Anteil an Stimmen für die Parteien soll dem Anteil an Abgeordneten im Nationalrat entsprechen. Das Verfahren ist hier vereinfacht dargestellt. Wie wollen wir vorgehen, um zu einem gerechten Ergebnis zu kommen?

Wir berechnen zuerst welchem Prozentsatz der Stimmanteil entspricht. Am Beispiel SPÖ zeigen wir, wie es geht: Der Stimmanteil soll im Verhältnis zu allen gültigen Stimmen stehen, wie der Prozentsatz zu 100.

$$\frac{\text{Stimmanteil SPÖ (1 258 605)}}{\text{alle gültige Stimmen der im Parlament vertretenen Parteien (4 431 076)}} \approx \frac{\text{Prozentsatz (28,40)}}{100} = 28{,}40\%$$

Wir merken uns:
Wollen wir den Prozentsatz eines Teils vom Ganzen finden, teilen wir den Anteil durch das Ganze und erhalten die Prozentzahl. Die Anzahl der Hundertstel ist unser Prozentsatz.
Beispiel: 52/183 = 0,28|41 ≈ 28/100 = 28%





Wortschatz: nominieren = vorschlagen; vereinfacht darstellen = einfacher darstellen; tatsächlich = wirklich, übereinstimmen = gleich sein

Partei	SPÖ	ÖVP	FPÖ	Grüne	Frank	NEOS	Sonstige
Stimmen	1.258.605	1.125.876	962.313	582.657	268.679	232.946	261.831
Stimmen in % (Stimmen / alle gültigen Stimmen)	26,82	23,99	20,51	12,42	5,73	4,96	5,63
Sitze im Nationalrat	52	47	40	24	11	9	0
Sitze in % (Sitze/183)	28,42	25,68	21,86	13,11	6,01	4,92	*) bleiben ohne Sitz im National-rat
Stimmen in % (Stimmen / alle Stimmen der im Nationalrat vertretenen Parteien)	28,40	25,41	21,72	13,15	6,06	5,26	

Quelle: *http://wahl13.bmi.gv.at/* (abgefragt 22.5.2016)

Durch die Prozentangaben können wir überprüfen, ob die Sitze im Nationalrat den Stimmanteilen entsprechen. Tatsächlich stimmen sie sehr gut überein. Nachdenken können wir darüber, dass die Sonstigen nicht im Nationalrat vertreten sind.

(1) Frage: Wie viele Stimmen vertritt ein_e Nationalratsabgeordnete_r 2013?